

**ALGO SOBRE GNOMONICA**

**RELOJ DE SOL ECUATORIAL AL MINUTO -CON  
CALENDARIO-**

**Por: JOSE IGNACIO RUIZ**

*Artículo del Boletín de la  
Sociedad Geográfica de Colombia  
Número 104, Volumen XXVII  
1972*

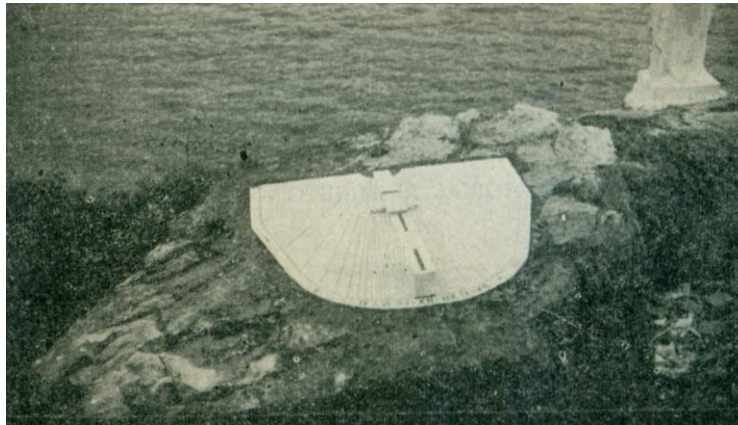
**L**os relojes de sol son conocidos desde las edades más remotas. Su invención, 2.500 años antes de Cristo, se atribuye a los chinos. (La medida del tiempo ha sido necesidad permanente de la humanidad). Chinos, babilonios, judíos, griegos y romanos hicieron uso de ellos para contar el tiempo, aprovechando el movimiento aparente del Sol.

Tales instrumentos, denominados gnomones por los griegos y "piedras horarias", por los caldeos, pueden ser horizontales, verticales, ecuatoriales, etc., según sea la posición de la superficie, plana o curva, donde se proyecta el desplazamiento de la sombra del estilete. (La orientación del estilete, cuya sombra indica la hora, es invariable para cualquier tipo de reloj. El estilete debe ser paralelo al eje de rotación terrestre). Toda una ciencia, denominada GNOMONICA, se desarrolló entre los antiguos sobre este tema. Y ello es muy explicable, como quiera que fuera el primer sistema utilizado para medir el tiempo. Luego vinieron los relojes de agua, de arena y los mecánicos. El primer reloj de torre en el siglo X, y el de bolsillo en el siglo XV.

Hoy día se utilizan los gnomones como elementos decorativos en terrazas, fachadas, parques, jardines de residencias suntuosas, etc. Es notable el reloj de sol ecuatorial instalado en la Universidad de Manila (Filipinas). La sombra del vástago se proyecta sobre un círculo de 5 metros de radio, graduado de 2 en 2 minutos de tiempo.

En la isla de "El Santuario", en la laguna de Fúquene, isla de propiedad del Instituto Geográfico Agustín Codazzi, el autor de estas líneas calculó e instaló, en 1939, un reloj de sol horizontal, construido en mármol de Villa de Leiva. (Véase fotografía).

Las fórmulas matemáticas para proyectar un reloj ecuatorial son simples. En cambio se complican cuando se trata de relojes horizontales o verticales. El reloj ecuatorial, muy apropiado para latitudes bajas, tiene la ventaja de que la apreciación de la lectura es uniforme durante todo el día. No así en los otros sistemas.



Reloj de sol horizontal en mármol de Villa de Leiva.  
 Al fondo la Laguna de FÚQUENE.

Si el camino del sol fuera, día por día invariable, la construcción de un reloj sería elemental. Empero, como ello no sucede, la sombra de un objeto fijo cualquiera, un estilete, por ejemplo, se proyecta cada día, a la misma hora, en diferente sitio. Esto se obvia dándole al estilete una dirección paralela al eje polar. O sea situándolo en el plano meridiano con una inclinación igual a la latitud del lugar. En esta forma el dispositivo sirve indefinidamente.

*Deducción de la fórmula general* - Hagamos la deducción por método geométrico:

Sean  $HH'H'$  un plano horizontal,  $AA'BB'$  un plano inclinado sobre el primero en un ángulo  $DCC' = \varphi =$  Latitud del Lugar. Por  $C$  tracemos un plano normal a la intersección  $AA'$ ; este plano cortará el diedro formado por los dos planos considerados según el ángulo  $DCC'$ . Sobre este plano vertical trazado tomemos una paralela cualquiera  $OO'$  a la intersección  $CC'$ . Sea  $O$  la traza de  $OO'$  en el plano horizontal.  $OO'$  estará inclinada también un ángulo  $\varphi$  sobre el horizonte. Ahora bien, tracemos  $CE$  normal a  $OO'$  y unamos  $E$  con un punto cualquiera  $F$  de la recta  $AA'$ . El plano del triángulo  $CEF$  es normal a  $OO'$ . En efecto:  $OO'$  es normal a  $EC$  por construcción, y a  $EF$  por teorema de las tres perpendiculares. Por lo tanto, suponiendo que el vertical que contiene a  $OO'$  es el plano meridiano, resultará  $OO'$  paralela al eje del mundo, y el plano de  $CEF$  paralelo al ecuador. Así, pues, sobre este último plano se dibujarán en su verdadero tamaño los diversos valores del ángulo horario  $P$ . En la figura podemos considerar el ángulo  $CEF$  como uno de estos valores de  $P$ .

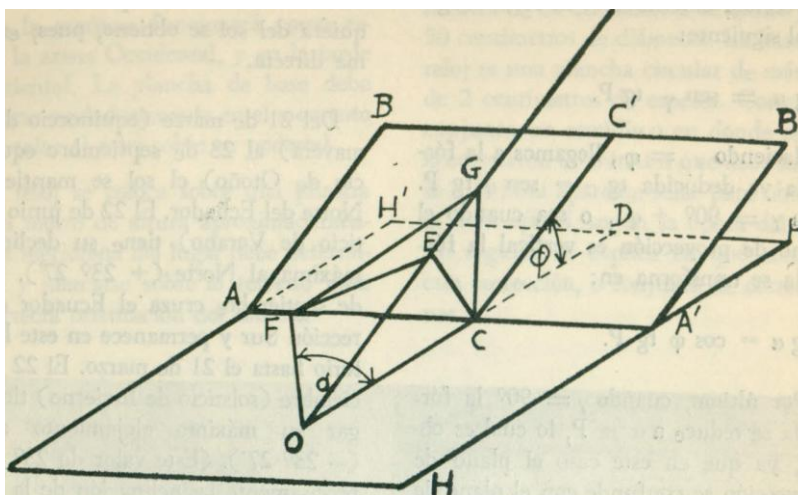


FIG. 1

En este caso la sombra del punto E caerá en F, lo cual significa que la sombra de OO' será la oblicua OF en el plano horizontal y la paralela FI en el plano inclinado. Deduzcamos el valor de la tangente del ángulo COF =  $\alpha$

De la figura sale:

$$FC = EC \operatorname{tg} P.$$

$$OC = \frac{EC}{\operatorname{sen} \varphi}$$

Dividiendo

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{FC}{OC} = \frac{EC \operatorname{tg} P \operatorname{sen} \varphi}{EC}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{FC}{OC} = \frac{EC \operatorname{tg} P \operatorname{sen} \varphi}{EC}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg} P.$$

Como se puede observar fácilmente en la figura, al hacer bascular el plano HHH' H' alrededor del AA', el ángulo que forma OO' con dicho plano variará, pero las relaciones de los triángulos utilizados no sufrirán modificación. Llamando  $\Upsilon$  al ángulo cualquiera que forma el estilete OO' con el plano de proyección, obtendremos la fórmula general siguiente:

$$\tan \alpha = \operatorname{sen} \Upsilon \operatorname{tg} P.$$

Haciendo  $\Upsilon = \varphi$ , llegamos a la fórmula ya deducida  $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg} P$ . Para  $\Upsilon = 90^\circ + \varphi$ , o sea cuando el plano de proyección es vertical la fórmula se transforma en:

$$\operatorname{tg} \alpha = \cos \varphi \operatorname{tg} P.$$

Por último, cuando  $\Upsilon = 90^\circ$  la fórmula se reduce a  $\alpha = P$ , lo cual es obvio, ya que en este caso el plano de proyección se confunde con el plano de un paralelo.

El plano de proyección en el RELOJ ECUATORIAL es, como su nombre lo indica, el Ecuador, cuya inclinación con respecto a la dirección de la plomada es igual a la latitud del lugar. La traza de dicho plano sobre el plano horizontal marca exactamente la dirección Este-Oeste.

Imaginemos ahora un estilete perpendicular al plano ecuatorial, vale decir que esté dirigido hacia el polo elevado celeste. (En otros términos, el estilete debe ser paralelo al eje de rotación de la tierra). La aparente rotación solar produce un movimiento angular uniforme de la sombra del estilete en cualquier época del año, es decir, cualquiera que sea el paralelo descrito por el astro. El ángulo horario (el formado por el meridiano y el círculo horario del sol) se dibuja en su verdadero tamaño sobre el plano de proyección. El tiempo transcurrido entre dos posiciones cualesquiera del sol se obtiene, pues, en forma directa.

Del 21 de marzo (equinoccio de Primavera) al 23 de septiembre equinoccio de Otoño el sol se mantiene al Norte del Ecuador. El 22 de junio (solsticio de verano) tiene su declinación máxima al Norte (+ 23° 27'). El 23 de septiembre cruza el Ecuador en dirección Sur y permanece en este hemisferio hasta el 21 de marzo. El 22 de diciembre (solsticio de Invierno) tiene lugar su máximo alejamiento al Sur (- 23° 27'). (Este valor de 23° 27' es precisamente la inclinación de la Eclíptica sobre el Ecuador).

Por lo expuesto, el estilete mencionado debe sobresalir tanto hacia el Norte como hacia el Sur del plano de proyección.

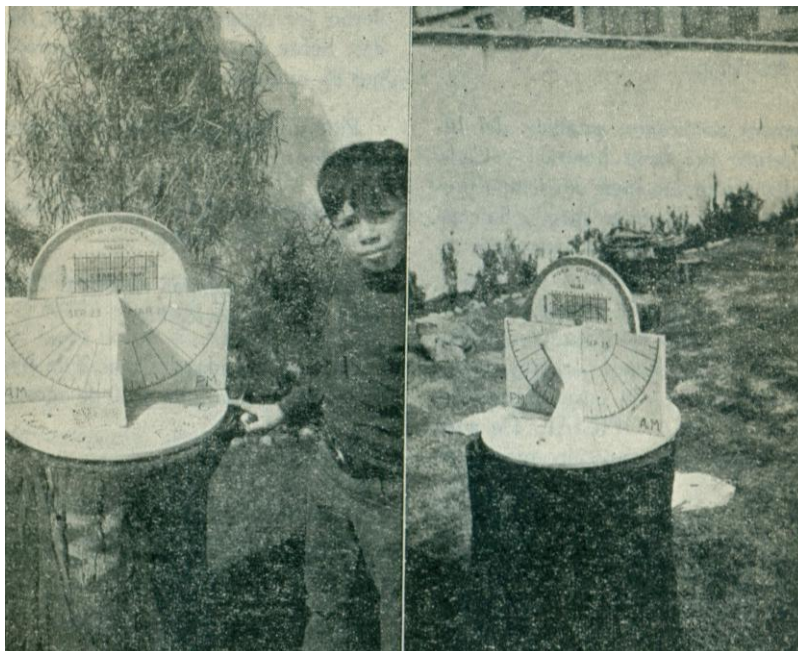
Teniendo como centro la traza del estilete dibujemos una circunferencia sobre el plano que representa el Ecuador. Esta circunferencia se gradúa en horas y minutos de tiempo. (Una hora equivale a 15° sexagesimales). Un radio cómodo para la circunferencia es el de 229 milímetros. En este caso un minuto de tiempo queda representado por un milímetro. Magnitud perfectamente apreciable.

Por razones prácticas, para obtener estabilidad y firmeza del conjunto, conviene adoptar como estilete la cara rectangular superior de una lámina adherida al plano de proyección por una parte, y a una plancha horizontal de base, por la otra.

En la mañana funcionará como estilete la arista Occidental, y en la tarde la Oriental. La plancha de base debe nivelarse cuidadosamente en el momento de instalar el reloj sobre su pedestal.

El reloj se coloca sobre una pilastra de un metro de altura aproximadamente. La meridiana del lugar debe determinarse y marcarse sobre el terreno para la correcta orientación del estilete.

El gnomon que se observa en la fotografía fue instalado sobre un tronco de madera de 80 centímetros de altura y de 50 centímetros de diámetro. La base del reloj es una plancha circular de mármol de 2 centímetros de espesor. Corona el conjunto un semidisco en donde se lee la corrección en minutos que debe hacerse a la hora aparente solar para obtener la hora oficial, según la época del año. En seguida se explica en qué consiste esta corrección, o conjunto de correcciones.



Reloj de sol ecuatorial  
Cara Sur.

Reloj de sol ecuatorial  
Cara Norte

Instalado en la calle 88-A No. 26-06, BOGOTÁ, D E

*Primeras correcciones:* ecuación del tiempo - El movimiento angular aparente del sol no es uniforme. Los días tienen diferente duración según la posición de la tierra en su órbita (la Eclíptica). Es por ello necesario hacer dos correcciones al movimiento irregular del sol. La primera como consecuencia de su posición aquí excéntrica en la Eclíptica. La segunda debida a la inclinación de la órbita sobre el plano ecuatorial. De aquí resulta un sol ficticio de marcha uniforme llamado *sol medio*. La hora de dicho astro se llama *hora media*. El conjunto de las dos correcciones que alcanza a + 14 minutos en febrero ya - 16 minutos en noviembre se llama "ecuación del tiempo".

*Tercera corrección,* posición del lugar dentro del huso horario - Cada meridiano terrestre tiene su tiempo propio. Como ello no es práctico se ha convenido en dividir el globo terrestre en 24 husos horarios, partiendo del Observatorio de Greenwich, cerca de Londres. Todos los lugares comprendidos dentro del mismo huso tienen - según convenio internacional- la misma hora. Denominada **HORA OFICIAL**. De aquí nace una tercera corrección que puede alcanzar a más o menos 30 minutos.

Colombia está dentro del Huso Horario de 75° W. de Gr. Lo cual indica que la HORA OFICIAL en nuestro territorio es menor en 5 horas a la del Observatorio de Greenwich. Es igual a la de Washington y Nueva York,

Para un lugar situado exactamente a 75° al W. de Gr. la corrección es nula. Vale decir en este sitio la Hora Media es igual a la Hora Oficial.

En el Observatorio Astronómico Nacional de Bogotá, cuya longitud es de 4h 56m W de Gr., aproximando al minuto de tiempo, la corrección que debe hacerse a la hora media es de menos 4 minutos de tiempo.

*Curva de Corrección total.* - Englobando las correcciones en una sola y calculando su valor con intervalos de diez días, se dibuja por coordenadas la curva de corrección total, la cual es de fácil utilización. Sobre las abscisas se llevan los meses subdivididos en décadas. Sobre las ordenadas las correcciones en minutos.

Para un lugar como Bogotá se tiene lo siguiente:

Corrección máxima positiva: 11 minutos el 15 de febrero.

Corrección máxima negativa: 20 minutos el 5 de noviembre.

Corrección nula: los días 2 de enero, 4 de abril, 1º de julio y 20 de agosto.

#### *Calendario*

Haciendo un corte del gnomon según el plano meridiano se obtiene la figura esquemática siguiente:

HH' representa el horizontal.

O Q el plano ecuatorial.

S N el estilete generador de sombra.

El extremo N dirigido al Norte.

Sea  $\varphi$  la latitud del lugar.

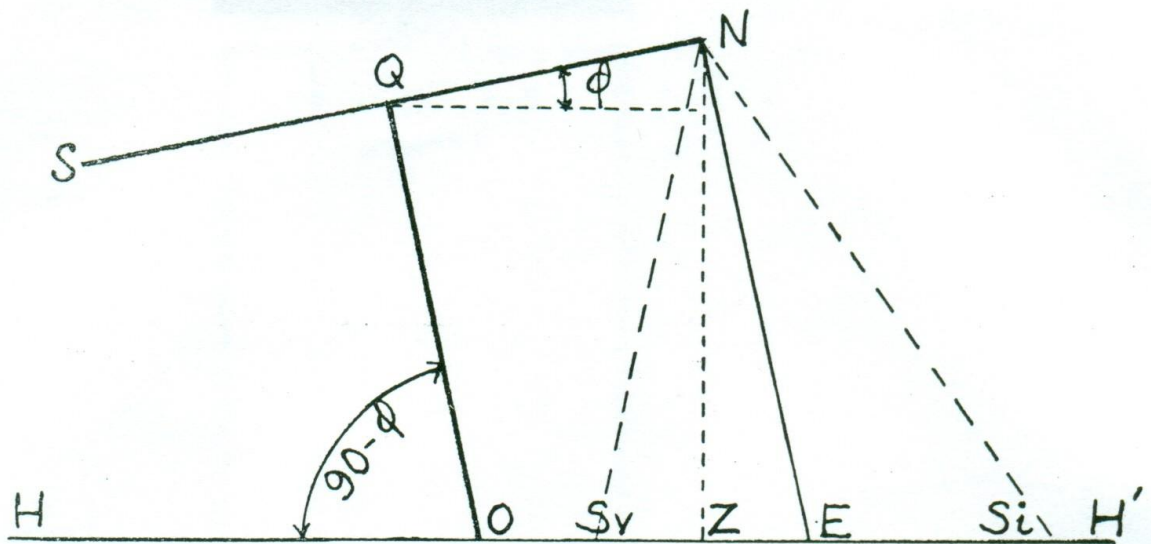


FIG. 2

Angulo  $H O Q = 90^\circ - \varphi$   
 Angulo  $O Q N = O Q S = 90^\circ$ .

Estudiamos la marcha de la sombra de N sobre el plano horizontal, tanto en el lapso de un día como en el curso de los 365 días del año.

Primeramente, observemos la variación de la sombra producida por el sol meridiano, sobre la línea  $H H'$ .

Cuando  $\delta = 0$ , lo cual se verifica en los equinoccios de Primavera (marzo 21) y de Otoño (septiembre 23), el sol describe el Ecuador en su movimiento diurno. La sombra de N cae en E.

Cuando  $\delta = \varphi$  el sol pasa por el cenit.  
 La sombra de N cae en Z.

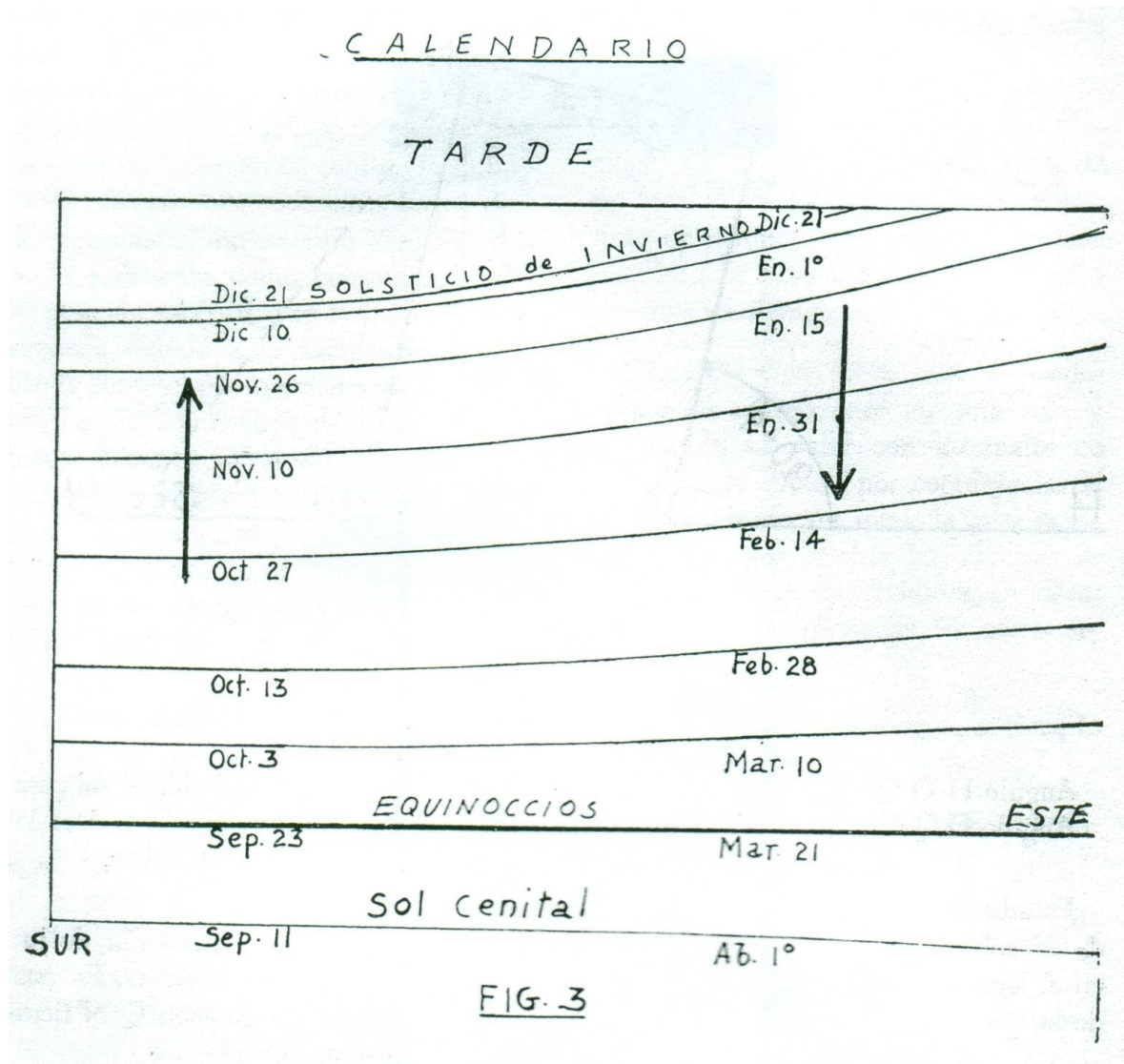
Dentro de la Zona Tórrida el sol pasa dos veces por el cenit. En Bogotá el 1º de abril y el 11 de septiembre.

En el solsticio de verano (21 de junio) la sombra de N cae en Sv. En esta fecha la sombra del gnomon  $Q N$  tiene su valor mínimo,  $O S v$ .

En el solsticio de invierno (21 de diciembre) la sombra cae en Si, proyectando la sombra más larga hacia el Norte,  $O S i$ .

El ángulo  $E N Z$  es igual a la latitud del lugar.

El ángulo  $E N S v =$  Angulo  $E N S i$  es igual a  $23^\circ 27'$ , o sea la oblicuidad de la eclíptica.



En un día cualquiera la sombra de N sobre el plano horizontal describe una elipse, la cual puede dibujarse por puntos haciendo variar de hora en hora el ángulo horario del astro. Como eje de las ordenadas podemos tomar la meridiana H H'. Como eje de las abscisas la línea Este-Oeste que pasa por el pie de la proyección de N en el horizonte, o sea por el punto Z. Las fórmulas para el cálculo de las coordenadas de un punto de la elipse de sombra son:

$$\cos \zeta = \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \tau$$

$$\text{Sen } AZ = \frac{\cos \delta \text{ sen } \tau}{\text{sen } \zeta}$$

$$X = N Z \text{ tg } \zeta \cos Az$$

$$Y = N Z \text{ tg } \zeta \text{ sen } Az$$

Siendo  $\zeta$  = distancia cenital del sol

$\alpha$  = ángulo horario del sol

$\delta$  = declinación del sol

$\tau$  = latitud del lugar

Az = Azimut del sol

N Z = Altura de N sobre el plano horizontal

N, y = Coordenadas del punto de la elipse de sombra.

En la figura No 3 se reproducen en su verdadero tamaño las curvas de sombra de un gnomon instalado en el lugar de coordenadas  $\delta = 4^{\circ} 41'$  Norte,  $\lambda = 74^{\circ} 04'$  W. de Gr. para el lapso de septiembre 11 a diciembre 21 y de diciembre 21 a abril 1<sup>o</sup>.

Altura de N sobre el horizontal = 229 milímetros, que corresponde al gnomon de la fotografía.

Como se ve la separación entre curva y curva es pequeña cerca de los solsticios y máxima cerca de los equinoccios. En todo caso es fácil apreciar, en lo general, la época del año con una aproximación de dos o tres días. Lo cual es muy satisfactorio para las pequeñas dimensiones del reloj.

Una misma curva sirve para dos épocas del año. Por ejemplo: marzo 21 y septiembre 23, octubre 3 y marzo 10, etc. La indeterminación se resuelve observando el desplazamiento de la trayectoria en los días subsiguientes. Dicho desplazamiento debe concordar, es claro, con la marcha progresiva del tiempo. Véanse flechas. (Ya que el tiempo, infortunadamente, no retrocede).

Ciertamente, como se puede apreciar por todo lo anterior, el reloj de sol es un compendio de la cosmografía referente a este astro. El estudio de las variaciones de la sombra del gnomon durante un número prolongado de días llevó a los antiguos al descubrimiento de la inclinación de la órbita terrestre, de la duración del año, de las fechas de equinoccios y solsticios, etc. Claramente se observan también las fuertes variaciones del azimut durante un día y con el transcurso de los meses.

El astro del día (Apolo, Febo, entre los griegos; ha, nacido de una flor de loto, entre los egipcios), identificado con el Fuego, elemento primordial de la Naturaleza, ha sido objeto de veneración por la humanidad en todos los tiempos. Los salvajes pueblos primitivos inconscientemente lo deificaron. Los pueblos civilizados y ya muy conscientemente- lo han divinizado también. Y con justísima razón pues a él debemos los vientos y la lluvia y el calor y el sustento. En suma la energía y la vida!

Amenofis IV o Akhnatón (siglo XIV antes de Cristo), rey poeta egipcio, lo proclamó dios único y le cantó en versos inmortales. El rey David, en sus salmos, bendice y ensalza a Jehová por haber creado tan espléndida luminaria. Los griegos y romanos lo personificaron en el dios Apolo, hijo predilecto de Zeus. "Nuestro hermano el señor Sol, bello y radiante", lo llamó Francisco de Asís.

(El notable escritor e inspirado poeta Andrés Holguín publicó un precioso libro sobre este tema y le dedico al Dios Sol un bellissimo himno).

Entre nosotros hay varios adoratorios indígenas consagrados al sol. De ello es testimonio el imponente monolito existente en Pandi, donde los chibchas en caracteres indelebles eternizaron su cultura a SUA, el Padre Bienhechor, Principio de la Vida.

En la enorme piedra están grabados, cerca de la cara radiante del sol, multitud de jeroglíficos. Tal vez en la armoniosa lengua chibcha constituyen un salmo.



**SOCIEDAD GEOGRÁFICA DE COLOMBIA**  
**ACADEMIA DE CIENCIAS GEOGRÁFICAS**  
[www.sogeocol.edu.co](http://www.sogeocol.edu.co)

HUE SUA SIBIC GINAO!

ZHUE PABA HYCHA CHOE  
MAQUYSCA ANSYNGA!

Cuya traducción es:

Señor, alumbranos!

Padre, Bienhechor Persona!  
Aleluya

